الفصل الثاني

توازن السوائل غير القابلة للانضغاط

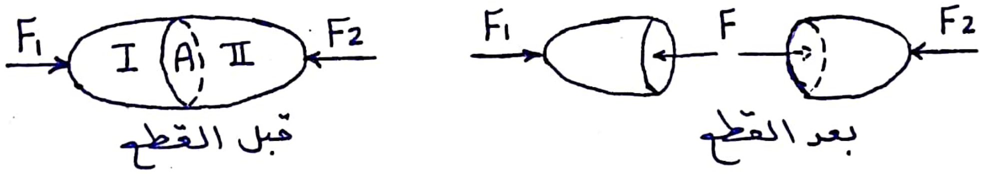
هيدروستاتيك Hydrostatics.

مقدمة

قبل البدء في دراسة توازن السوائل غير القابلة للانضغاط لابد من الإشارة إلى القوى المؤثرة في السائل. إن القوى بمفهومها العام ليست إلا تأثيراً متبادلاً بين الكتل يُعبر عنه مبدأ نيوتن للفعل ورد الفعل، وعلى هذا الاساس يمكن تصنيف القوى المؤثرة في السائل بشكل عام إلى قوى خارجية تظهر كتأثير إحدى الكتل الخارجية على الجملة المعتبرة، وقوى داخلية تظهر كتأثير متبادل بين كتلتين تابعتين للجملة المعتبرة (المجال المدروس من السائل).

وبما أن محصلة كافة القوى الداخلية المؤثرة على الجملة تكون معدومة لذلك لا يمكن أن يظهر تأثيرها إلا بمساعدة مبدأ القطع، الشكل (1)، حيث يتم تحويلها إلى قوى خارجية يمكن حسابها بتطبيق شروط التوازن:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = 0 \quad ; \quad \sum_{i=1}^{n} F_{yi} = 0 \quad ; \quad \sum_{i=1}^{n} F_{zi} = 0 \quad ; \quad \sum_{i=1}^{n} M_i = 0$$



الشكل (1) توضيح مبدأ القطع لحساب القوى الداخلية

للتوضيح نعتبر الجملة الكتلية المبينة بالشكل السابق، F_1، F_2 تمثلان قوتين خارجيتين تعوضان عن تأثير الكتل الخارجية. بواسطة المقطع الوهمي A يصبح لدينا جملتين I، II. فإذا أبعدنا الجملة II، واعتبرنا الجملة I (العكس ممكن أيضاً) فإن كافة القوى التي كانت تؤثر بها جزيئات الجملة II على جزيئات I، والتي كانت قبل القطع قوى داخلية، تظهر الآن بشكل قوى خارجية محصلتها F. فإذا كانت الجملة قبل القطع في حالة توازن، فإن الجملة I تبقى أيضاً متوازنة، وبالتالي يجب أن تكون محصلة القوتين F، F_1 تساوي الصفر. فإذا كانت F_1 معلومة فيمكن

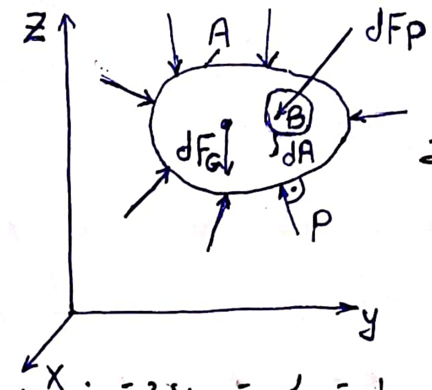
على هذا الأساس حساب القوة المحصلة الوسطية للقوى الداخلية المؤثرة في المقطع A أو أي مقطع آخر أو خط تقاطع.

نتصور الآن أننا اقتطعنا من داخل سائل ما جزيئاً حجمياً dV شكله غير محدد وحررناه من السائل المحيط به. هذا الجزيء يمثل جملة فيزيائية فراغية ذات حدود وهمية ممثلة بالسطح الخارجي المغلق للجزيء. إن القوى الداخلية الناتجة عن التأثير المتبادل بين الجزيء والسائل المحيط به تظهر بشكل قوى خارجية موزعة على كامل السطح الخارجي للجزيء لذا يطلق عليها القوى السطحية F_s، وتتألف في الحالة العامة من قوى مماسية وناظمية تنتج عنها إجهادات مماسية (إجهادات قص) وإجهادات ناظمية (ضغوط)، وتنعدم الاجهادات المماسية كما نعلم إذا كان السائل ساكناً أو مثالياً. كما يؤثر على هذا الجزيء قوى خارجية هي القوى الحجمية أو الكتلية F_V وتنتمي إليها على سبيل المثال: قوة الثقالة، القوة النابذة، القوى المغناطيسية أو الكهربائية ..... الخ.

إن القوى السطحية والكتلية مجتمعة تحدد سلوكية الجزيء الحجمي الحركية أو السكونية وحيث أن القوى الحجمية تعتبر بحكم المعطاة فإن معرفة الحالة الاجهادية مرهونة بحساب القوى السطحية، وقد تعرفنا في الفقرة (1-7) على ماهية الاجهادات المماسية، ويلزم الآن التعرف على الاجهادات الناظمية.

2-1- مفهوم الضغط - الحالة الاجهادية الهيدروستاتيكية:

لتوضيح مفهوم الضغط نقتطع من سائل مثالي جزيئاً حجمياً كما في الشكل (2). إن تأثير السائل المحيط بهذا الجزيء ينحصر في هذه الحالة بالقوى السطحية الناظمية فقط، لأن القوى المماسية (قوى الاحتكاك) تكون معدومة بسبب كون السائل عديم اللزوجة، وكذلك قوى الشد باعتبار أن السائل في الحالة العامة لا يستطيع نقلها.



الشكل (2) القوى السطحية والحجمية المؤثرة في السائل.

إذا كان ΔA عنصراً سطحياً يمر من النقطة B الواقعة على السطح الخارجي للجزيء الحجمي و ΔF_p القوة الناظمية المؤثرة عليه فيكون تعريفاً:

$$P = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_P}{\Delta A} = \frac{dF_P}{dA}$$

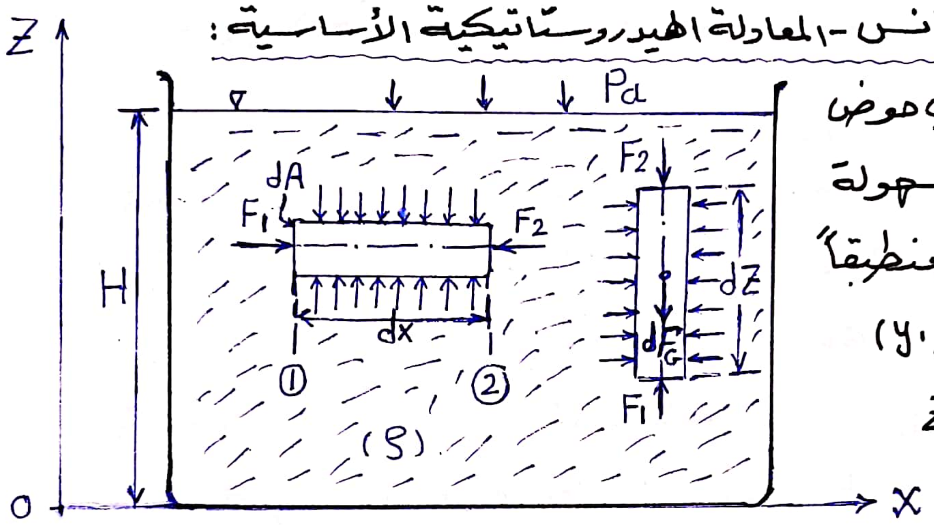
هو ضغط السائل، أو اختصاراً الضغط المؤثر في النقطة B . فإذا كان الضغط موزعاً بانتظام على السطح، ويتحقق ذلك كلما كان السطح صغيراً، تنتج لدينا علاقة أبسط : $P = \frac{F_P}{A}$ $(\vec{F_P} \parallel \vec{A})$

الضغط اذن إجهاد ناظمي يعبر عن شدة تأثير السائل المحيط على نقطة معينة من السطح الخارجي للجزئ المقتطع، ويقاس بـ $\left[\frac{N}{m^2}\right]$ $\frac{\text{قوة}}{\text{سطح}}$ أو بواحدات أخرى.

ويمكن البرهان بأن قيمته ثابتة في كافة الاتجاهات : $P_x = P_y = P_z = P_n = const$

تتميز حالة الإجهاد الهيدروستاتيكية بأن الضغط كإجهاد ناظمي له قيمة ثابتة في كافة اتجاهات المقاطع المارة في النقطة المعتبرة، وهو يمثل قيمة عددية "Scalar".

2-2 - توزع الضغط في سائل متجانس - المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية :



نعتبر سائلاً متجانساً في حوض مفتوح للأعلى، ونفرض للسهولة أن قعر الحوض مستوياً ومنطبقاً على مستوي الاحداثيات (x، y) الأفقي بينما نأخذ المحور Z شاقولياً للأعلى، كما في الشكل (3). في حالة السكون

الشكل (3) المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية.

فإن هذه الجملة الفيزيائية المؤلفة من السائل ومن جدران الوعاء كحدود حقيقية لها تكون متوازنة، وبالتالي فإن كل جزئ حجمي نقتطعه من السائل والذي يخضع لتأثير قوى الضغط السطحية وقوة الثقالة الحجمية هو أيضاً متوازن. لحساب توزع الضغط في السائل يكفي أن ندرس تغير الضغط في الاتجاه الأفقي $\frac{\partial P}{\partial x}$ ، $\frac{\partial P}{\partial y}$ والشاقولي $\frac{\partial P}{\partial z}$.

نقتطع من داخل السائل اسطوانة محورها يوازي المحور x وطولها dx وسطح كل من قاعدتيها dA صغير جداً بحيث يمكن اعتبار الضغط موزعاً عليهما بانتظام. يكون :

حيث P الضغط المؤثر على السطح ① $F_1 = P.dA$

حيث $(P+\frac{\partial P}{\partial x}dx)$ الضغط المؤثر على السطح ② حسب $F_2 = (P+\frac{\partial P}{\partial x}dx)\,dA$ سلسلة تايلور وحذف الحدود من المرتبة الثانية ومافوق.

نطبق شروط التوازن على هذه الاسطوانة ونسقط كافة القوى على محورها: إن مساقط كافة قوى الضغط المؤثرة على قميص الإسطوانة والمتعامدة على محورها، وكذلك مسقط قوة الثقالة الشاقولية معدومة.

بالتالي:
$$\vec{F_1} + \vec{F_2} = 0$$

$$P.dA - (P+\frac{\partial P}{\partial x}dx)\,dA = 0$$

$$P.dA - P.dA - \frac{\partial P}{\partial x}dx\,dA = 0 \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

أي أن الضغط لا يتغير باتجاه المحور X، وكذلك الأمر بالنسبة للمحور y

ومنه يكون: $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} = 0$

أي أن كل مستوي أفقي من سائل ساكن متجانس هو سطح للضغط الثابت "Surface of const. Pressure"، بالتالي السطح الحر لسائل ساكن معرض لضغط جوي ثابت هو مستوي أفقي.

نقتطع الآن من داخل السائل اسطوانة محورها شاقولي يوازي المحور Z ومساحة مقطعها dA وطولها dZ. القوى الشاقولية المؤثرة عليها هي:

$F_1 = P.dA$ ، P الضغط المؤثر على القاعدة السفلى،

$F_2 = (P+\frac{\partial P}{\partial Z}dZ)\,dA$ ، $(P+\frac{\partial P}{\partial Z}dZ)$ الضغط المؤثر على القاعدة العلوية.

$dF_G = dm.g$ ، مع ملاحظة: $dm = \rho.dv = \rho\,dZ\,dA$

$$dF_G = \rho g\,dZ\,dA$$

نطبق شرط التوازن علماً أن مساقط كافة قوى الضغط الجانبية على محور الأسطوانة معدومة:
$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = 0$$

$$P.dA - (P+\frac{\partial P}{\partial Z}dZ)\,dA - \rho g\,dZ\,dA = 0 \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial Z} = \frac{dP}{dZ} = -\rho g$$

باعتبار المحور الشاقولي Z موجهاً للأسفل يكون: $dP = \rho g\,dZ \Leftarrow \boxed{dP = \gamma\,dZ}$

هذه الصيغة تسمى المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية والتي تنص:

في سائل ساكن متجانس يزداد الضغط خطياً مع العمق وبمقدار γ لكل واحدة طول، ويمثل كل مستوٍ أفقي سطحاً للضغط الثابت.

استنتاجات:

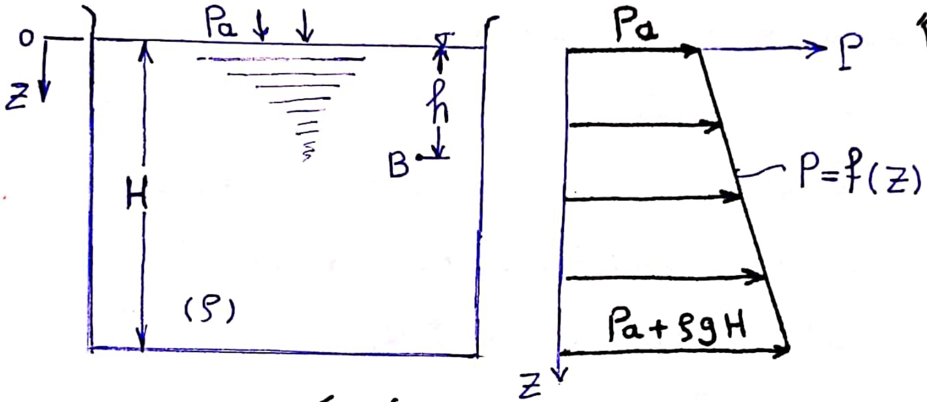
★- تسمح المعادلة الهيدروستاتيكية الاساسية بحساب الضغط في أية نقطة من سائل ساكن. بمكاملة العلاقة $dP=\gamma\, dZ$ نحصل على: $P=\rho g Z + C$

حيث C ثابت التكامل تتحدد قيمته من شروط المسألة. إذا كان السطح الحر للسائل معرضاً للضغط الجوي P_a فإنه: $Z=0 \Rightarrow P=P_a$ بالتعويض في العلاقة الأخيرة نجد قيمة الثابت C: فيكون: $C=P_a$

$$\boxed{P=\rho g Z + P_a} \cdots\cdots (\star)$$

بالتالي قيمة الضغط في النقطة B من سائل ساكن كما في الشكل (4) تتحدد بالعلاقة:

$P_B = P_a + \rho g h$ حيث h عمق النقطة B عن السطح الحر للسائل.



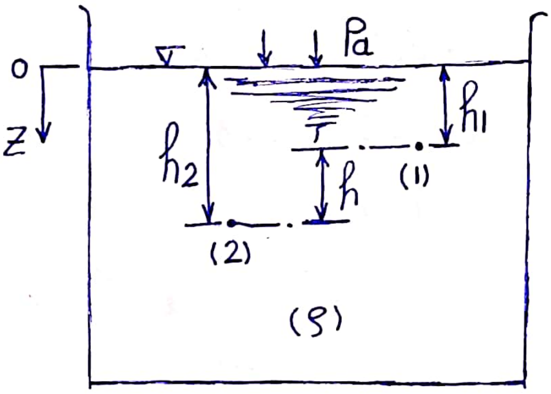
يمكن تمثيل العلاقة (★) بيانياً أي إيجاد توزع الضغط في السائل:

$Z=0 \Rightarrow P=P_a$

$Z=H \Rightarrow P=P_a+\rho g H$

الشكل (4) توزع الضغط في سائل ساكن متجانس

بما أن العلاقة $P=f(Z)$ خطية فإنها تمثل بيانياً بخط مستقيم.



★- يمكن حساب فرق الضغط بين نقطتين مختلفتي العمق عن السطح الحر للسائل:

$$P_1 = \rho g h_1 + P_a$$

$$P_2 = \rho g h_2 + P_a$$

ومنه: $\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g (h_2 - h_1)$

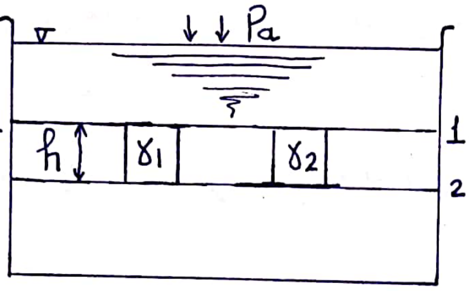
$$\Delta P = \rho g h = \gamma h$$

الشكل (5) فرق الضغط بين نقطتين مختلفتي العمق.

أي أن فرق الضغط لا يتعلق بالبعد بين النقطتين وإنما بفرق الارتفاع الشاقولي بينهما فقط.

2 - 3 - توزع الضغط في سائل غير متجانس - شروط التوازن المستقر :

يتميز السائل غير المتجانس بأن وزنه النوعي غير ثابت ، أي أنه يتغير إما بشكل مستمر أو فجائياً بمعنى ينتقل فجأة من قيمة لأخرى . نعلم من التجارب أنه إذا وجدت عدة سوائل غير ممتازجة ، أوزانها النوعية مختلفة في إناء واحد ، فإنها تتوضع فوق بعضها في حالة السكون بشكل طبقات تفصلها سطوح أفقية وتكون طبقة السائل الأخف في الأعلى والأثقل في الأسفل . إذاً توضع طبقات السائل بهذا الشكل يدل على حالة توازنها المستقر . سنبحث أولاً شروط التوازن المستقر لسائل غير متجانس ثم ندرس توزع الضغط فيه .



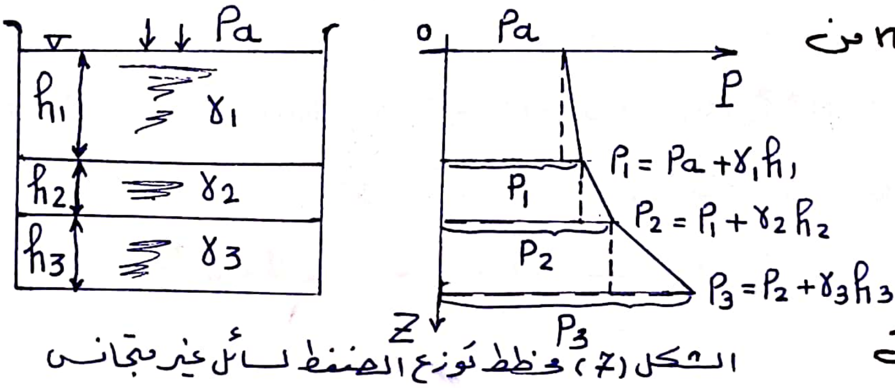
الشكل (6) شروط التوازن المستقر

نقتطع من داخل سائل ساكن غير متجانس في حوض مفتوح للأعلى اسطوانة صغيرة محورها أفقي ونطبق شروط التوازن عليها - كما فعلنا سابقاً - فنجد بسهولة أن المستويات الأفقية سطوحاً للضغط الثابت . نختار من هذه المستويات ، المستويين $(1-1)$ ، $(2-2)$ حيث يسود الضغط P_1 ، P_2 ، ونقتطع اسطوانتين صغيرتين متجاورتين محصورتين بين هذين المستويين ، محورهما شاقولي وارتفاع كلاً منهما h صغير بحيث يمكن اعتبار أن γ_1 للأولى ، γ_2 للثانية ثابتين كما في الشكل (6) . بحسب م. هـ. أ نجد :

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \gamma_1 h = \gamma_2 h \Rightarrow \gamma_1 = \gamma_2$$

أي أن الوزن النوعي للاسطوانتين متساوٍ ، بالتالي نصل إلى النتيجة التالية والمعبرة عن شروط التوازن المستقر : يكون سائل ساكن غير متجانس في حالة توازن مستقر عندما يكون في كل مستوٍ أفقي الضغط ثابتاً $P = const$ والوزن النوعي ثابتاً $\gamma = const$.

حساب توزع الضغط شاقولياً في سائل غير متجانس وزنه النوعي يتغير بشكل فجائي ، نعتبر عدداً n من السوائل غير الممتازجة ذات الأوزان النوعية المختلفة $\gamma_n > \dots \gamma_3 > \gamma_2 > \gamma_1$ متوضعة بشكل طبقات



الشكل (7) مخطط توزع الضغط لسائل غير متجانس

في حوض مفتوح للأعلى كما في الشكل (7) ، بفرض سماكة طبقات السوائل $h_1, h_2, \ldots\ldots, h_n$ فيكون الضغط على السطح الفاصل بين السائل الأول والثاني :

$$P_1 = P_a + \gamma_1 h_1$$

وبين السائل الثاني والثالث : $P_2 = P_1 + \gamma_2 h_2 = P_a + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2$

وهكذا نصل إلى قيمة الضغط المؤثر على قعر الحوض :

$$P_n = P_a + \sum_{i=1}^{n} \gamma_i h_i \quad \text{حيث،} \quad i = 1, 2, 3, \ldots n$$

وبما أن الضغط يتوزع خطياً في كل طبقة سائل فإن مخطط توزع الضغط يمثل منحنياً منكسراً .

ملاحظة: بالنسبة لسائل غير متجانس وزنه النوعي يتغير باستمرار مع العمق $\gamma = f(z)$ فإن حساب توزع الضغط ينتج مباشرة من العلاقة الأخيرة بتحويل المجموع إلى تكامل واعتبار أن الوزن النوعي في طبقة رقيقة من السائل $dz = h_i$ يبقى ثابتاً تقريباً :

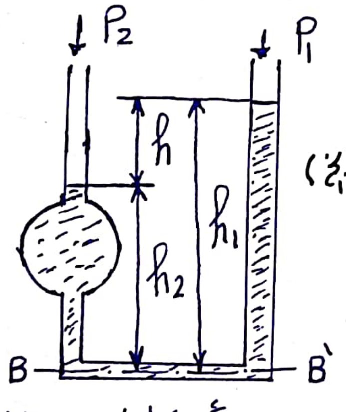
$$P = P_a + \int_0^z \gamma \cdot dz$$

والمهم هنا أن نلاحظ أن شروط التوازن المستقر لسائل كهذا تقضي بأن يكون توضع طبقاته بحيث يتناقص الوزن النوعي مع الارتفاع أو يزداد الوزن النوعي مع العمق .

2-4- تطبيقات المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية :

هناك تطبيقات عديدة ومتنوعة للمعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية سنقف عند بعضها:

2-4-1 : مبدأ الأوعية المستطرقة :



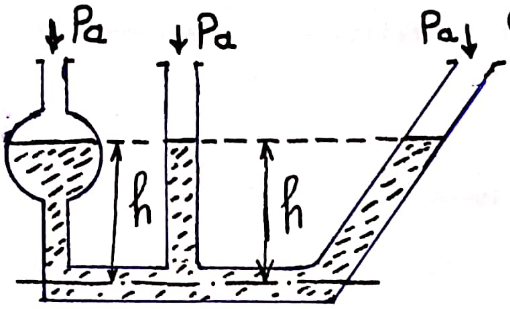
الشكل (8) مبدأ الأواني المستطرقة

تطلق على مجموعة أوعية مختلفة الشكل (أواني، أنابيب ....الخ) متصلة مع بعضها، بحيث يستطيع السائل أن يتسرب من وعاء لآخر ، الأوعية المستطرقة . نعتبر الوعاء المستطرق المبين بالشكل (8) المؤلف من فرعين مفتوحين للأعلى وفيه سائل متجانس وزنه النوعي γ .

فإذا كانت الوضعية المبينة بالشكل (8) تمثل حالة التوازن وباعتبار أن المستوي الأفقي $B-B'$ سطحاً للضغط الثابت يكون : $P_B = P_{B'}$

$$P_2 + \gamma h_2 = P_1 + \gamma h_1 \Rightarrow \Delta P = P_2 - P_1 = \gamma(h_1 - h_2) = \gamma h$$

حيث h فرق ارتفاع سوية السائل في فرعي الوعاء . من هذه العلاقة ينتج أنه عندما يكون $P_2 = P_1$ ، كما هو الأمر في حالة تعرض السطح الحر للسائل في فرعي الوعاء لتأثير الضغط الجوي مثلاً فإن $h = 0$ وبالتالي فإن سوية السطح الحر في فرعي الوعاء المستطرق (أو في فروع متعددة إن وجدت) سيكون لها نفس الارتفاع .

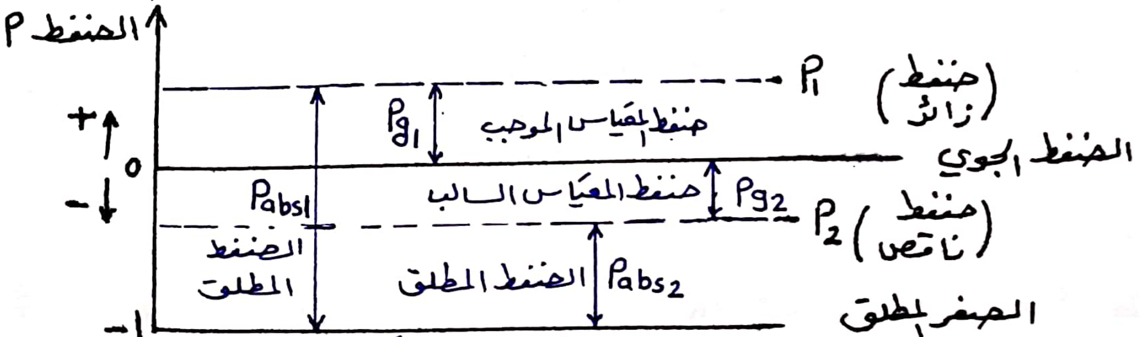


الشكل (٩) وعاء مستطرق معرض للضغط الجوي

الشكل (٩) يبين رسم تخطيطي لوعاء مستطرق . إن للأوعية المستطرقة أهمية في كثير من التطبيقات العملية وخاصة بالنسبة لمبدأ قياس الضغط الستاتيكي .

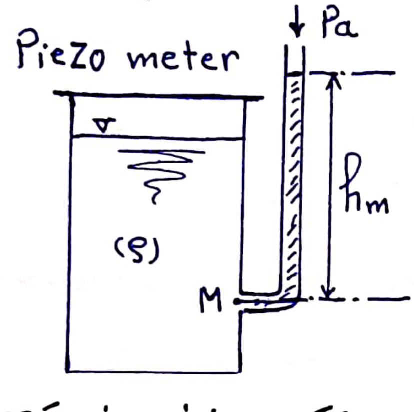
2-4-2 : مبدأ قياس الضغط ، المانومترات ، الفاكومترات ، البارومترات :

يقاس الضغط في نقطة من السائل كفرق بين قيمته وقيمة ضغط قياسي معروف Datum Pressure ، يختار عادة إما ضغط الفراغ التام (الصفر المطلق) أو الضغط الجوي Pa . فإذا قيس الضغط اعتباراً من الصفر المطلق (ضغط الخلاء التام) سمي الضغط المطلق Absolute Pressure (P_{abs}) ، وكان صفر المقياس يوافق صفر ضغط جوي [0 at] . أما إذا قيس في الجو الطبيعي فيطلق على الفرق بين قيمة الضغط المعتبر والضغط الجوي ضغط المقياس (P_g) Gauge Pressure ، وفي هذه الحالة تكون بداية القياس هي الضغط الجوي أي أن صفر المقياس يقابل واحد ضغط جوي [1 at] . بناءً عليه فإن ضغط المقياس (P_g) ، يمكن أن يكون موجباً أو سالباً ، بالتالي عندما تكون قيمته موجبة يدعى ضغط المقياس الموجب أو الزائد : $P_{abs} = P_a + P_g$ ، أما عندما تصبح قيمته سالبة يسمى ضغط المقياس السالب أو الناقص : $P_{abs} = P_a + (-P_g) = P_a - P_g$ والشكل (١٠) يبين عملية أو مبدأ القياس .



الشكل (١٠) مفهوم أو مبدأ قياس الضغط

تستخدم في المخابر والصناعة ومراكز الابحاث أنواع متعددة من المانومترات السائلية Liquid-Manometers تعمل كلها على نفس المبدأ، وتختلف من حيث دقة ومجال القياس ويوجد منها نموذجان أساسيان: أ- مانومترات بسيطة لقياس الضغط في نقطة من السائل. ب- مانومترات تفاضلية Differential-Manometers تستخدم لقياس فرق الضغط بين نقطتين من السائل.

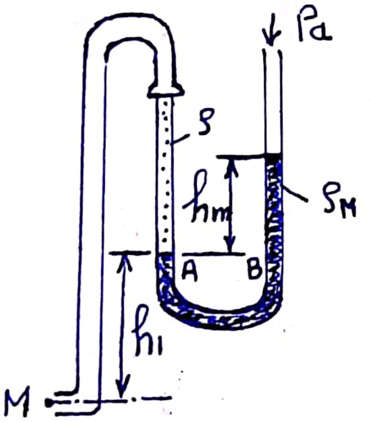


الشكل (11) أنبوب بيزومتري

★ **الانبوب البيزومتري**: يعتبر إحدى وسائل قياس الضغط. وكلمة بيزومتر مشتقة من اليونانية وتعني مقياس الضغط (بيزو - ضغط، متر - مقياس). والبيزومتر يتألف من أنبوب زجاجي صاعد شاقولياً ومفتوح من الأعلى، يوصل في النقطة M المراد قياس الضغط فيها الشكل (11). بموجب م. ه. أ.

وحسب الشكل (11) نجد: $P_{M_{abs}} = P_a + \rho g h_m \Rightarrow P_{Mg} = \rho g h_m$

بالتالي $h_m = \frac{P_{Mg}}{\rho g}$ أي يتم التعبير عن الضغط بارتفاع عمود السائل بدلاً من واحدات الضغط الأخرى.

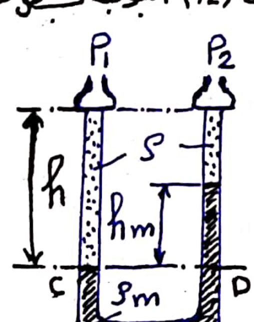


الشكل (12) انبوب بشكل حرف U

★ **مانومتر بشكل حرف U**: يستخدم لقياس الضغوط العالية نسبياً، يحتوي سائل مقياس وزنه النوعي γ_m يختار حسب قيمة الضغط المراد قياسه الشكل (12)، باعتبار (A-B) سطحاً للضغط الثابت: $P_A = P_B \Rightarrow P_M - \gamma h_1 = P_a + \gamma_m h_m$

(الضغط المطلق) $P_M = P_a + \gamma_m h_m + \gamma h_1$

حيث h_m فرق ارتفاع سوية سائل المقياس. عندما يكون $\gamma_m \gg \gamma$ يمكن اعتبار: $P_M = P_a + \gamma_m h_m \Leftarrow P_{Mg} = \gamma_m h_m$ (ضغط المقياس الزائد)



الشكل (13) مانومتر تفاضلي U فيه سائل مقياس

★ **المانومترات التفاضلية**: تستخدم لقياس فرق الضغط بين نقطتين ①، ② من السائل. أبسطها انبوب بشكل حرف U كما في الشكل (13) يحتوي على سائل مقياس كثافته ρ_m. يوصل كل طرف إلى احدى النقطتين المراد قياس فرق الضغط بينهما:

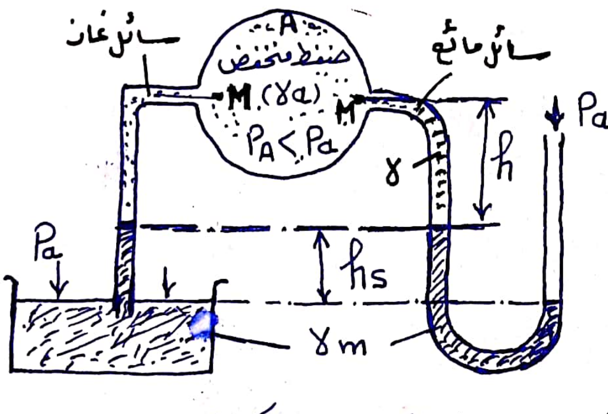
باعتبار أن (C-D) سطحاً للضغط الثابت يكون: $P_C = P_D$

الشكل (14) مانومتر تفاضلي U

$$P_1 + \gamma h = P_2 + \gamma (h - h_m) + \gamma_m h_m \Rightarrow$$
$$P_1 = P_2 + \gamma_m h_m - \gamma h_m \Rightarrow$$
$$\Delta P = P_1 - P_2 = h_m (\gamma_m - \gamma)$$

في الحالات التي يكون فيها السائل المراد قياس فرق الضغط بين نقطتين منه صالحاً للاستخدام كسائل مقياس (الماء مثلاً) يستعمل المانومتر التفاضلي المبين بالشكل (14) الذي هو عبارة عن أنبوب بشكل حرف U مقلوب يوصل فرعاه بالنقطتين ①، ② فيرتفع السائل الذي وزنه النوعي $\gamma_m \equiv \gamma$ إلى مستويين فرق ارتفاعهما h_m ويبقى في القسم العلوي هواء وزنه النوعي $\gamma_a << \gamma_m$ يمكن عبر صمام التحكم ضغطه بواسطة مضخة هوائية صغيرة وتغييره لقياس فروق ضغط مختلفة (متعددة). ونجد بسهولة أن $\Delta P = P_1 - P_2 = \gamma_m h_m$ وذلك بإهمال γ_a بالمقارنة مع γ_m.

★ الفاكومتر Vacuum-meter:



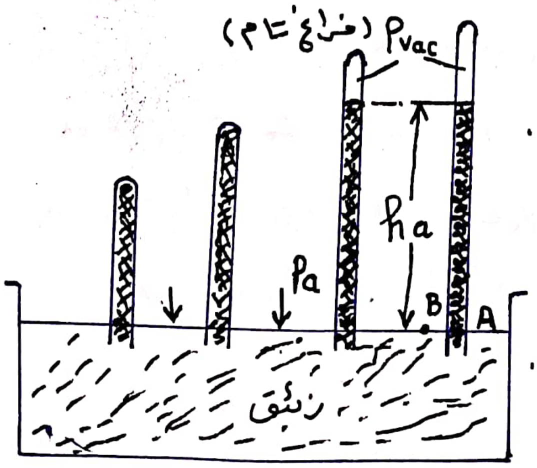
الشكل (15) فاكومتر

يقوم الفاكومتر بقياس مقدار التخلخل أو الفراغ أي الفرق بين الضغط في نقطة تتعرض لضغط منخفض وبين الضغط الجوي. أبسط أنواعه المبينة بالشكل (15) حيث يمكننا قياس التخلخل في الخزان A بواسطة الفاكومتر الأيسر بالنسبة للسوائل الغازية إذ أننا نجد: $P_{Mg} = P_a - P_M = \gamma_m h_s$ (ضغط المقياس الناقص) حيث $\gamma_m >> \gamma_a$.

أو باستخدام الفاكومتر الأيمن بالنسبة للسوائل المائعة حيث نجد بسهولة:

$$P_{Mg} = \gamma_m h_s + \gamma h \quad \text{(ضغط المقياس)}$$

★ البارومتر Barometer: يستخدم لقياس الضغط الجوي عند أي نقطة على سطح الأرض.



الشكل (16) البارومتر

تتم عملية القياس على النحو التالي: نغمر عدة أنابيب بشكل كامل في حوض من الزئبق (أو الماء)، ثم نقلبها رأساً على عقب كما في الشكل (16). في الأنابيب الطويلة نجد أن الزئبق يبدأ

بالنزول ليثبت عند حد معين. إن وزن عمود الزئبق في الأنبوب تقابل وزن عمود الهواء في الغلاف الجوي، والضغط الناشئ عنه يساوي الضغط الجوي. بإهمال ضغط بخار الزئبق أو الماء المتشكل في الفراغ العلوي في الأنبوب، واعتبار أن الفراغ العلوي فراغاً تاماً، نقوم بحساب الضغط في النقطة B و النقطة A داخل الانبوب فيكون:

$$P_B = P_a + \gamma_{Hg} \cdot (0)$$

$$P_A = 0 + \gamma_{Hg}\, h_a$$

وبما أن $P_A = P_B$ سطح أفقي للضغط الثابت فإن:

$$P_a = \gamma_{Hg} \cdot h_a \Rightarrow h_a = \frac{P_a}{\gamma_{Hg}}$$

بالتالي أصبح ممكن قياس الضغط الجوي بالإضافة للواحدات $\frac{N}{m^2}$ أو bar بارتفاع عمود سائل حيث نلاحظ من العلاقة الأخيرة أن:

$$1\ at = 0{,}76\ mHg = 10{,}33\ mH_2O$$

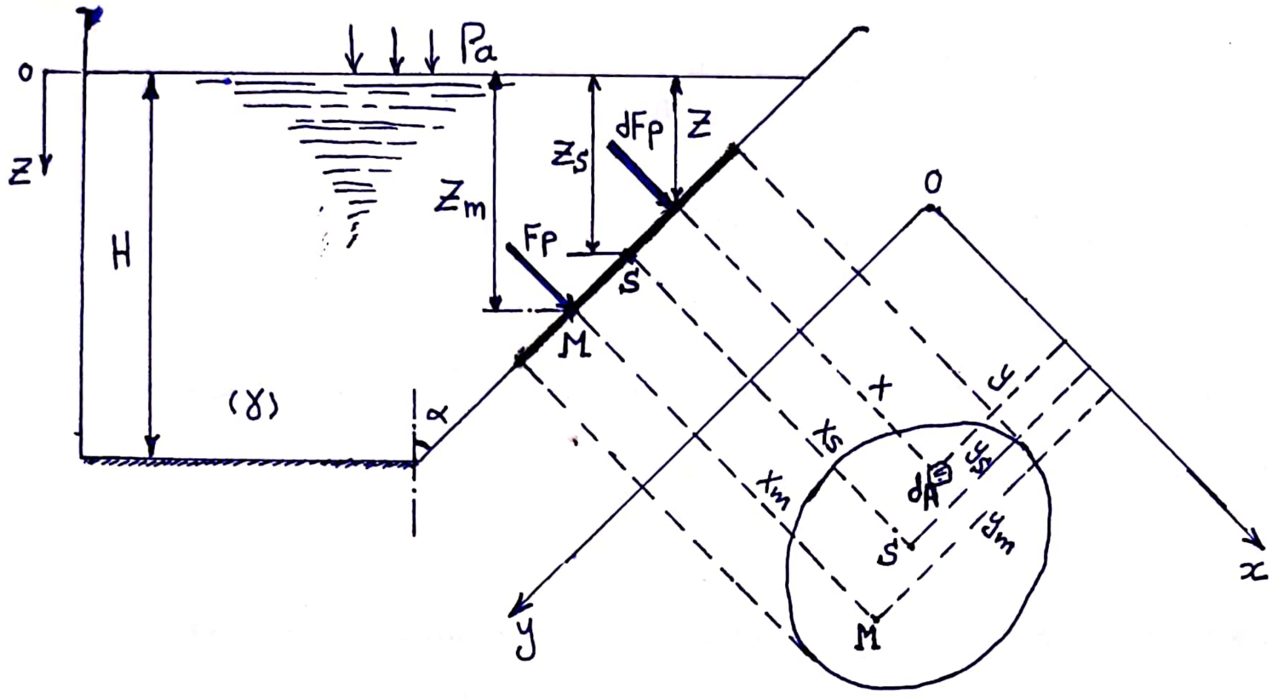
على اعتبار أن: $\gamma_w = 10^3 \cdot 9{,}81 \left[\frac{N}{m^3}\right]$ ، $\gamma_{Hg} = 13560 \cdot 9{,}81 \left[\frac{N}{m^3}\right]$ ؛ $P_a = 1{,}013 \cdot 10^5\ [Pa]$

وأخيراً يجب الانتباه عند صنع البارومتر ألا يقل قطر الأنبوب عن 12 [mm] وذلك كي نخفف من تأثير قوى الشد السطحي (أي من أثر الخاصية الشعرية).

2-5- حساب قوى الضغط على جدران الأوعية المستوية:

بمساعدة م. هـ. أ. يمكن حساب توزع قوى الضغط التي يؤثر بها السائل الساكن على جدران الوعاء الذي يحتويه، وبالتالي تحديد محصلة هذه القوى من حيث القيمة والاتجاه ونقطة التأثير. نأخذ خزان مفتوحاً في الأعلى ويملؤه سائل سائل وزنه النوعي γ حتى ارتفاع H. لنفرض أن قاعدة الوعاء أفقية وأحد جدرانه الجانبية مائل على المحور الشاقولي z بزاوية α. نحدد على هذا الجدار سطحاً اعتباطياً A نظهره في مستوي الشكل (17) بعد التدوير زاوية $\frac{\pi}{2}$ واقعاً على مستوي الاحداثيات x، y، حيث اخترنا المحور x منطبقاً على خط تقاطع السطح الحر للسائل مع الجدار (الفصل المشترك للمستويين) والمحور y متعامداً معه.

نعتبر من السطح A عنصراً سطحياً dA على عمق z من السطح الحر للسائل إن قوة الضغط الجزئية التي يؤثر بها السائل على dA من الداخل تساوي



الشكل (17) تحديد محصلة قوى الضغط

وفق م. هـ. ف. : $dFp = (Pa + \gamma Z)\, dA$ (القوة = الضغط × السطح)

بينما تؤثر عليه من الخارج قوة الضغط الجوي : $Pa \cdot dA$

بالتالي فإن قوة الضغط الجزئية الزائدة هي :

$$dFp = (Pa + \gamma Z)\, dA - Pa \cdot dA = \gamma Z \cdot dA$$

ومنه بالتكامل نحصل على محصلة قوى الضغط المؤثرة على السطح A :

$$Fp = \gamma \int_A Z \cdot dA$$

باعتبار أن Z_s العمق الشاقولي لمركز ثقل السطح A عن السطح الحر للسائل فيكون حسب قانون العزم الستاتيكي للسطوح أن : $\int_A Z \cdot dA = Z_s \cdot A$

ومنه $$Fp = \gamma Z_s \cdot A = P_s \cdot A$$

إن قوة الضغط التي يؤثر بها سائل ساكن على سطح مستوٍ تساوي إلى جداء مساحة هذا السطح A في الضغط الزائد المؤثر في مركز ثقل السطح $P_s = \gamma Z_s$. وتؤثر عمودياً عليه.

تؤثر القوة Fp في النقطة M المسماة مركز الضغط Centre of pressure ولا تنطبق عادة على مركز الثقل للسطح S. فإذا فرضنا أن X_m ، Y_m يمثلان إحداثيي النقطة M ينتج حسب قانون العزم الستاتيكي بالنسبة لمحوري الدوران X ، Y :

(أي نظرية فارينيون : عزم محصلة قوى بالنسبة لمحور ما = المجموع الجبري لعزوم هذه القوى بالنسبة لنفس المحور)

$$F_p \cdot X_m = \int_A dF_p \cdot x \Rightarrow \gamma Z_s \cdot A \cdot X_m = \int_A \gamma Z \cdot dA \cdot x$$

$$F_p \cdot y_m = \int_A dF_p \cdot y \Rightarrow \gamma Z_s \cdot A \cdot y_m = \int_A \gamma Z \cdot dA \cdot y$$

لكن من الشكل السابق نلاحظ أن: $Z = y \cos\alpha$ ، $Z_s = y_s \cos\alpha$ بالتعويض والاختصار على $\gamma \cos\alpha$ نحصل:

$$X_m \cdot y_s \cdot A = \int_A y \cdot x \cdot dA$$

$$y_m \cdot y_s \cdot A = \int_A y^2 \cdot dA$$

لكن التكامل $J_c(x,y) = \int_A y\,x\,dA$ يمثل العزم النابذ "Centrifugal - moment"، للسطح A بالنسبة للمحورين x ، y . بينما التكامل $J_x = \int_A y^2 \cdot dA$ يمثل عزم العطالة "Inertia - moment"، للسطح A بالنسبة للمحور X بالتالي:

$$X_m = \frac{\int_A y \cdot x\, dA}{y_s \cdot A} = \frac{J_c(x,y)}{y_s \cdot A} = \frac{\text{العزم النابذ للسطح A}}{\text{العزم الستاتيكي للسطح A}}$$

$$y_m = \frac{\int_A y^2 \cdot dA}{y_s \cdot A} = \frac{J_x}{y_s \cdot A} = \frac{\text{عزم العطالة للسطح A}}{\text{العزم الستاتيكي للسطح A}}$$

ليكن J_s عزم عطالة السطح A بالنسبة لمحور الثقالة المار من مركز الثقل S والموازي للمحور x فينتج حسب علاقة شتاينر "steiner"، أن: $J_x = J_s + y_s^2 \cdot A$

ومنه: $y_m = y_s + \frac{J_s}{y_s \cdot A}$

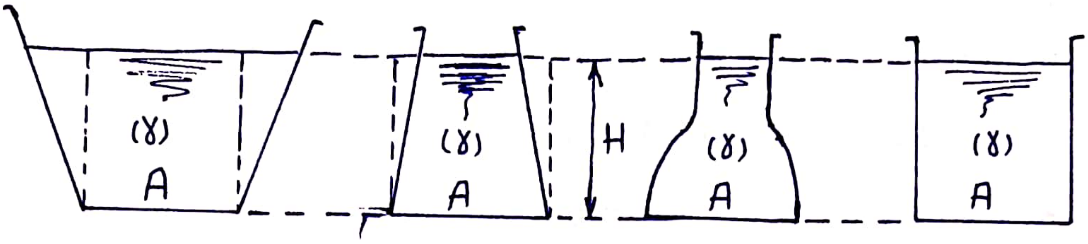
ويكون البعد بين مركزي الثقل S والضغط M $e = y_m - y_s = \frac{J_s}{y_s \cdot A}$

ملاحظات:

• **أولاً** بما أن $J_s > 0$ دوماً وأن $y_s \cdot A > 0$ أيضاً فيكون $e > 0 \Leftarrow y_m > y_s$ أي مركز الضغط أخفض من مركز الثقل دوماً. وينطبقان على بعضهما عندما يصبح السطح أفقياً لأنه في هذه الحالة يكون توزع الضغط على السطح منتظماً، كما هو الحال بالنسبة للضغط المؤثر على قعور الأوعية الأفقية، وتكون قوة الضغط المؤثرة على قعر وعاء فيه سائل وزنه النوعي γ حتى ارتفاع H من القعر ومساحة قعره A هي:

$$F_{P_b} = \gamma \cdot H \cdot A$$

وتبقى هذه القوة ثابتة بالنسبة لجملة أوعية متباينة الشكل ولكن مساحة قعورها واحدة ويملؤها نفس السائل لنفس الارتفاع الشكل (18) . وهذا ما يعرف باسم المتناقضة الهيدروستاتيكية " Hydrostatical Paradox " والتي تنص:

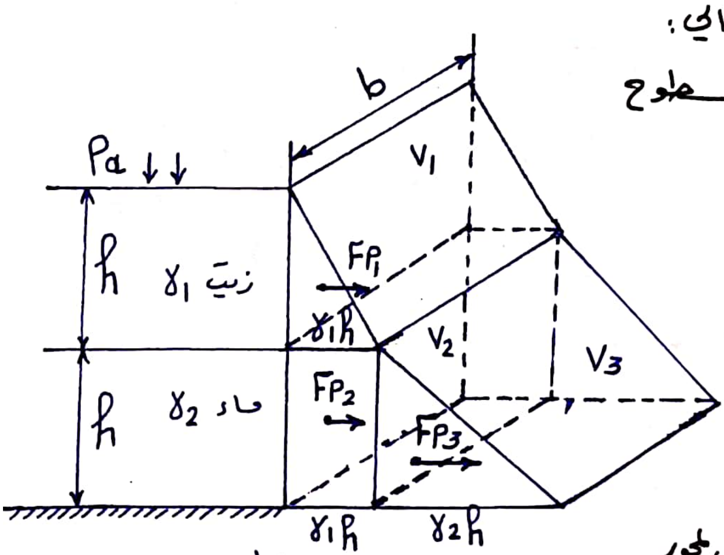


الشكل (18) المتناقضة الهيدروستاتيكية .

قوة الضغط على قعر وعاء أفقي لا تتعلق بشكل الوعاء وتساوي إلى وزن اسطوانة سائلية وزنها النوعي γ وارتفاعها H وسطح قاعدتها A .

• ثانياً : في حالات عديدة يمكن اختيار المحور y كمحور تناظر للسطح المعتبر A . في هذه الحالة ينعدم العزم الثابت $J_c(x,y)$ وتصبح $x_m=0$ ويتحدد مركز الضغط M بالإحداثي y_m فقط ويكون واقعاً على محور التناظر وعلى بعد من مركز الثقل c للسطح المعتبر A .

• ثالثاً : إن مخطط توزع قوى الضغط على جدار ما . ما هو إلا عبارة عن موشور قاعدته سطح هذا الجدار وله ارتفاع يختلف من نقطة لأخرى حسب العمق . يسمى هذا الموشور بموشور الضغط . يمكن تعيينه بيانياً ، حيث أن محصلة قوى الضغط المؤثرة على الجدار تكافئ من حيث القيمة حجم موشور الضغط ، ونقطة تأثيرها تنطبق على مركز ثقله الشكل (19) . يستخدم موشور الضغط بشكل خاص في حساب قوى الضغط على الجدران المستوية التي يؤثر بها سائل ساكن غير متجانس . ويمكن توضيح ذلك بالمثال التالي:



الشكل (19) موشور الضغط

المطلوب تحديد محصلة قوى الضغط المؤثرة على أحد السطوح الجانبية للوعاء المبين بالشكل (19) :

$$F_{P_1}+F_{P_2}+F_{P_3}=F_P\equiv V=V_1+V_2+V_3 \Rightarrow$$

$$F_P=\left(\frac{1}{2}\gamma_1 h^2+\gamma_1 h^2+\frac{1}{2}\gamma_2 h^2\right)b \Rightarrow$$

$$F_P=\left(\frac{3}{2}\gamma_1+\frac{1}{2}\gamma_2\right)h^2\cdot b$$

أما نقطة التأثير تتحدد حسب القاعدة : المجموع الجبري لعزم جملة قوى حول محور ما = عزم محصلة هذه القوى حول نفس المحور

$$y_m\cdot F_P=F_{P_1}\left(\frac{4}{3}h\right)+F_{P_2}\frac{h}{2}+F_{P_3}\frac{h}{3} \Rightarrow y_m=\frac{\left(\frac{4}{3}F_{P_1}+\frac{1}{2}F_{P_2}+\frac{1}{3}F_{P_3}\right)\cdot h}{F_P}$$

باعتبار أن : Z ، y منطبقان ، محور العزم منطبقاً على القعر

2 - 6 - قوة الرفع الهيدروستاتيكية «دافعة أرخميدس» : إن كل جسم مغمور في سائل كلياً أو جزئياً يتعرض لقوة ضغط شاقولية متجهة للأعلى هي قوة الرفع الهيدروستاتيكية "Hydrostatic-Lift" أو قوة دافعة ارخميدس وتساوي :

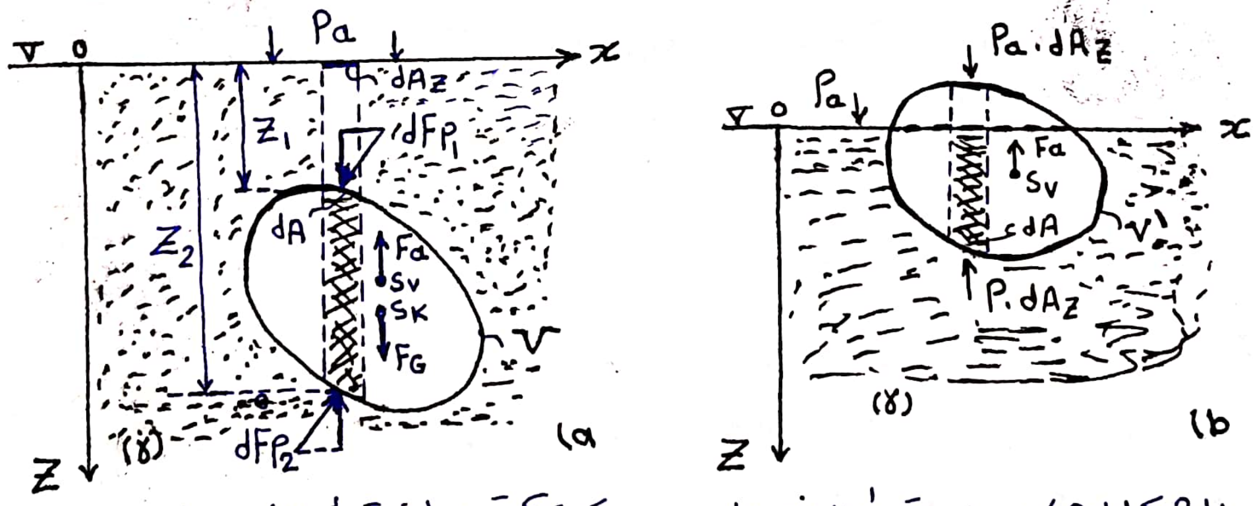
- حالة الجسم المغمور كلياً : $F_a = \gamma \cdot V$
- حالة الجسم المغمور جزئياً : $F_a = \gamma \cdot V'$

حيث : γ - الوزن النوعي للسائل

V - حجم السائل المزاح من قبل الجسم أو حجم الجسم المغمور نفسه .

V' - حجم السائل الجزئي المزاح من قبل الجسم أو حجم الجزء المغمور من الجسم .

يمكن البرهان ببساطة على صحة ما تقدم . فإذا افترضنا جسماً ما ، حجمه V ، مغموراً كلياً في سائل وزنه النوعي γ ، ودرسنا قوى الضغط التي يؤثر بها السائل عليه لوجدنا بأن كافة المركبات الأفقية لهذه القوى تفني بعضها البعض ، بينما الجسم يبقى خاضعاً لتأثير المركبة الشاقولية لقوى الضغط . كما في الشكل (20)



الشكل (20) حساب قوى الرفع الهيدروستاتيكية (دافعة أرخميدس)

a) الجسم مغمور كلياً   b) الجسم مغمور جزئياً .

فإذا اعتبرنا عنصرين سطحيين dA من سطح الجسم الخارجي واقعين شاقولياً فوق بعضهما وعلى عمق Z_1 ، Z_2 من سطح الحر للسائل ، فتكون محصلة مركبتي قوى الضغط الشاقوليتين الجزئيتين المؤثرتين عليهما والمتجهة للأعلى :

$$dF_{P_z} = dF_{P_{Z_2}} - dF_{P_{Z_1}}$$

$$= (P_a + \gamma Z_2)\, dA_z - (P_a + \gamma Z_1)\, dA_z$$

$$= \gamma (Z_2 - Z_1)\, dA_z = \gamma \cdot dV$$

حيث dV : حجم الموشور الشاقولي المحدود من العنصرين السطحيين .

بالتالي بالتكامل نحصل على: $F_{P_Z} = F_a = \gamma \cdot V$

في حالة الجسم المغمور جزئياً الشكل (20-b) نجد بسهولة أيضاً أن :

$$F_a = \gamma \cdot V'$$

ومنه نصل إلى النتيجة التالية : قوة الرفع الهيدروستاتيكية « دافعة أرخميدس » التي تتلقاها الاجسام المغمورة كلياً أو جزئياً في السوائل الساكنة تساوي إلى وزن السائل المزاح ، وهي تؤثر شاقولياً للاعلى ، وتمر من مركز ثقل الحجم المزاح .

على هذا الاساس فإن كل جسم مغمور في السائل يتعرض لنقص ظاهري في وزنه بمقدار « دافعة ارخميدس » ، فإذا كان وزن الجسم في الهواء F_G فيصبح وزنه الظاهري F_G' بعد غمره في سائل . بفرض أن الوزن النوعي للجسم $\gamma_K > \gamma$ للسائل فيكون :

$$F_G' = F_G - F_a$$

يمكن الاستفادة من هذه العلاقة في تحديد الوزن النوعي للجسم المغمور γ_K .

فإذا قيس الوزن الظاهري F_G' بواسطة ميزان نابضي مثلاً . فبالامكان ايجاد قيمة γ_K حيث يكون :

$$F_G' = F_G - \gamma \frac{F_G}{\gamma_K} \Rightarrow \boxed{\gamma_K = \frac{F_G}{F_G - F_G'} \cdot \gamma}$$

• - استغل الإنسان دافعة ارخميدس في بناء وسائط النقل المائية والمناطيد ، التي تستعمل حتى اليوم بالأرصاد الجوية ، حيث يملأ المنطاد عادة بغاز وزنه النوعي γ_g < γ_a الوزن النوعي للهواء . وينتج بسهولة وزن حمل بالون المنطاد :

$$F_{G_1} = V (\gamma_a - \gamma_g)$$ ؛ حيث : V - حجم الهواء المزاح .

تستعمل غازات متعددة لنفخ البالون منها : الهيليوم - الهيدروجين النقي - الهواء الساخن حتى $370°C$.

• - عندما نغمر جسماً صلباً وزنه النوعي γ_K بسائل وزنه النوعي γ يتعرض الجسم لقوتين F_G للأسفل ، F_a للأعلى ونميز هنا ثلاث حالات :

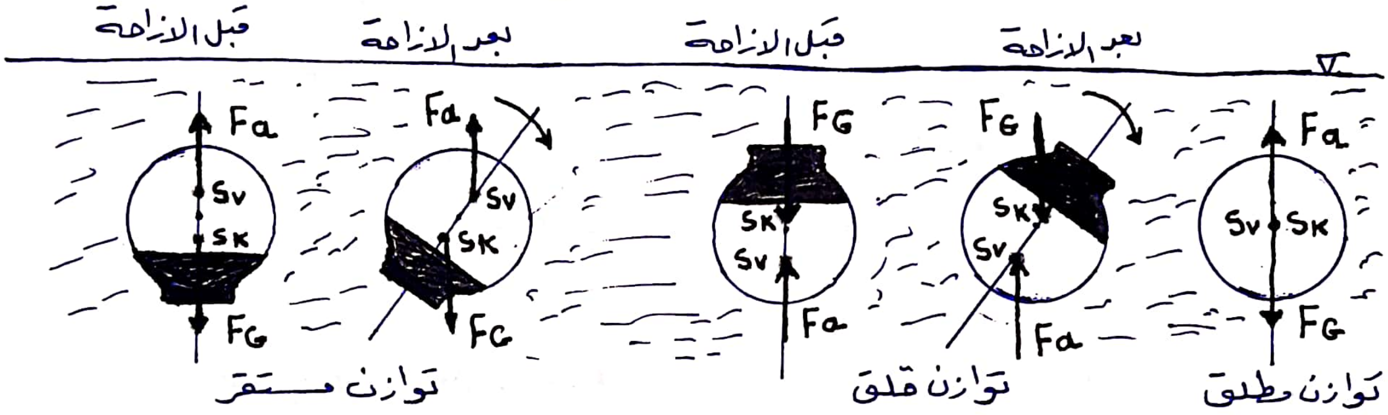
أ - إذا كان $\gamma < \gamma_K \Leftarrow F_G > F_a$ الجسم يغوص حتى يستقر في القاع .

٣- إذا كان $\gamma = \gamma_K \Leftarrow F_G = F_a$ الجسم يبقى عالقاً في مكانه (الاجسام المغمورة كلياً).

٤- إذا كان $\gamma_K < \gamma \Leftarrow F_G < F_a$ الجسم يطفو فوق سطح الماء (يتحرك نحو الأعلى ويستقر عندما تصبح $F_G = F_a$) وهذه الحالة الأكثر أهمية من بين الحالات السابقة لما لها من تطبيقات عملية هامة.

2-6-1 شروط التوازن المستقر للاجسام المغمورة كلياً:

عندما يكون الجسم مغموراً كلياً فإن $F_G = F_a$ وهنا نميز بين ثلاث حالات توازن: الشكل (21).



الشكل (21) حالات توازن الجسم المغمور كلياً.

- توازن مستقر: عندما يكون S_K أخفض من S_v تتشكل مزدوجة تعيد الجسم إلى وضعه الاصلي.
- توازن قلق: عندما يكون S_K أعلى من S_v تتشكل مزدوجة تغير من وضعية الجسم.
- توازن مطلق: S_K ، S_v منطبقان على بعضهما البعض.

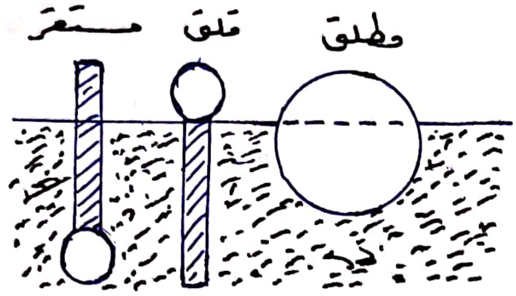
2-6-2 شروط التوازن المستقر للاجسام الطافية (المغمورة جزئياً):

حتى يكون الجسم الطافي في حالة توازن يجب أن تكون محصلة القوى المؤثرة عليه معدومة أي أن $F_G = F_a$ ولكن تؤثر F_G في النقطة S_K مركز ثقل الجسم بينما F_a تؤثر في S_v مركز ثقل الحجم المزاح وهما نقطتان مختلفتان الخط الواصل بينهما يدعى محور الطفو. ويمكن أن تشكل هاتين القوتين مزدوجة تحاول تدوير الجسم، لذلك يجب أن تكون هاتان القوتان على محور شاقولي واحد:

إن الشرط اللازم والكافي لتوازن جسم طاف مغمور جزئياً أو كلياً يتطلب أن يكون $F_G = F_a$ وأن يكون محور الطفو شاقولياً (شرط الطفو). إيضاً هنا ثلاث حالات توازن للاجسام الطافية: كما في الشكل (22).

- التوازن القلق "Labile": عند أية إزاحة للجسم ينقلب ولا يعود إلى وضعه الأصلي .

- التوازن المطلق "Neutral": لا تتغير وضعية توازنه مطلقاً .



الشكل (22) حالات توازن الاجسام الطافية .

- التوازن المستقر "Stable": يعود إلى وضعه السابق (الاصلي) بعد الازاحة .

- يمكن تحديد شروط التوازن المستقر للاجسام الطافية بالعلاقة الرياضية الهامة والتي يمكن استنتاجها رياضياً أو تجريبياً : $\boxed{h_m = \frac{J_0}{V} - e}$ حيث :

J_0 - عزم عطالة سطح الطفو A بالنسبة لمحور الدوران .

V - حجم الجزء المغمور من الجسم (حجم السائل المزاح)

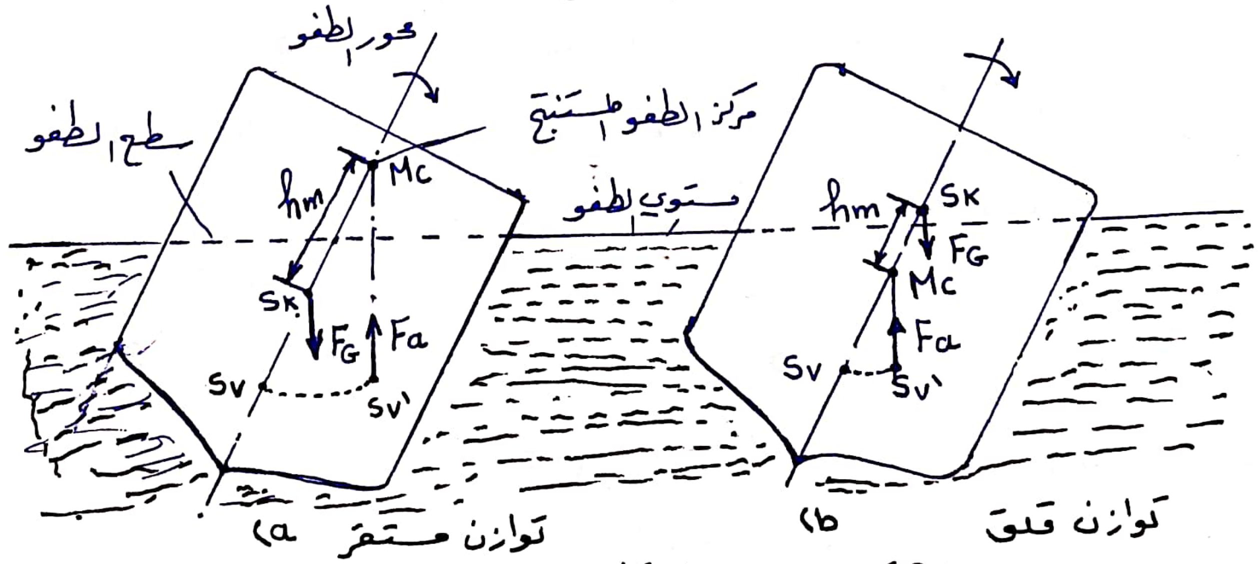
e - البعد بين المركزين S_K ، S_V

h_m - ارتفاع مركز الطفو المستنبح "Metacentre"، وبالتالي يمكن التعبير عن حالات التوازن الثلاث من خلال العلاقة السابقة بما يلي :

$h_m > 0$ أي أن $\frac{J_0}{V} > e$ ⇐ مركز الطفو المستنبح M_c أعلى من مركز ثقل الجسم S_K ⇐ الطفو مستقر . الشكل (23-a) .

$h_m = 0$ التوازن (الطفو) مطلق .

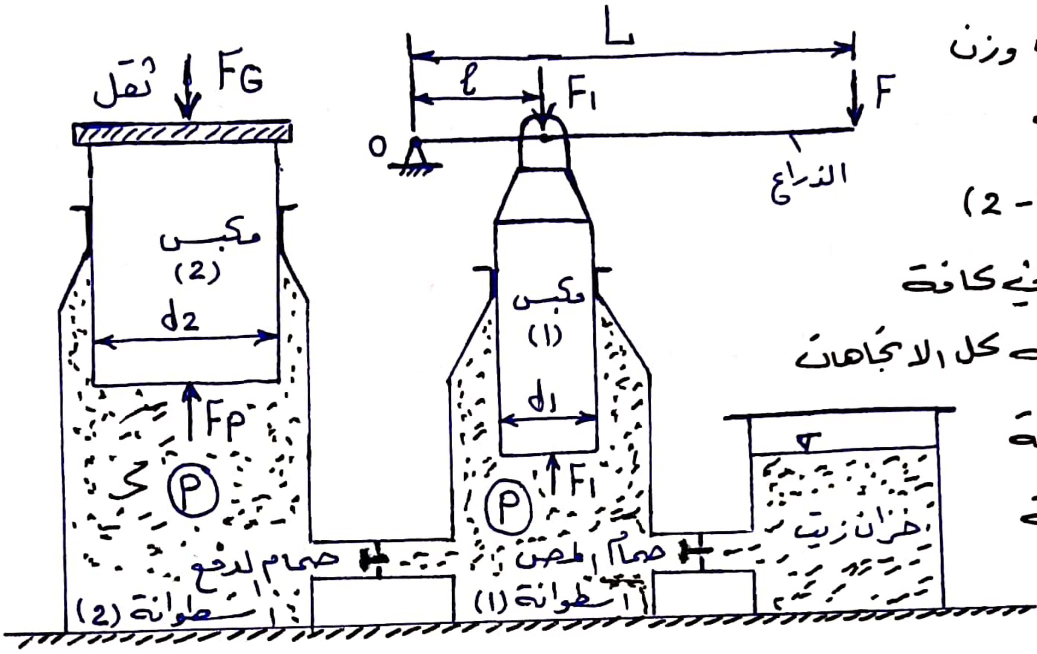
$h_m < 0$ ⇐ $\frac{J_0}{V} < e$ ⇐ مركز الطفو المستنبح M_c أخفض من مركز ثقل الجسم S_K ⇐ الطفو (التوازن) قلق . الشكل (23 - b) .



الشكل (23) حالات توازن الاجسام الطافية .

ملاحظة : في بناء السفن يعتبر مركز ثقل السفينة العامل الأساسي المحدد لاستقرارها لذلك يكون الزورق النهري مسطحاً ، والسفينة التجارية مركز ثقلها أخفض ما يمكن من أجل استقرارها .

2-7- قانون (مبدأ) باسكال - المكبس الهيدروليكي : في حالات عملية عديدة يمكن أن يتعرض السائل لضغوط عالية بحيث يمكن إهمال قوى الثقالة بالمقارنة مع قوى الضغط ، عندها يمكن دراسة توازن السائل على أساس أنه ذو كتلة بدون وزن في هذه الحالة حسب الفقرة (2-2) نجد أن الضغط في كافة نقاط السائل وفي كل الاتجاهات تكون له نفس القيمة الثابتة هذه النتيجة تعرف باسم قانون باسكال Pascal



الشكل (24) الرسم التمثيلي للمكبس الهيدروليكي .

الذي له تطبيقات عملية كثيرة، منها المكابس الهيدروليكية والصمامات الهيدروليكية .
يمثل الشكل (24) رسماً تخطيطياً لمكبس هيدروليكي .

لنفرض أن F القوة المؤثرة على الذراع ، فتكون F_1 القوة المؤثرة على المكبس (1) وينتج عنها الضغط $P = \frac{F_1}{A_1}$ وحسب مبدأ باسكال فإن $P = \frac{F_P}{A_2}$ على المكبس (2)

بالتالي ، $P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_P}{A_2}$ ومنه قوة الضغط المؤثرة على المكبس (2) لرفع الوزن F_G هي :

$$F_P = \frac{A_2}{A_1} F_1 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 . F_1$$

ومن جهة أخرى ، وحسب معادلة العزوم حول المفصل (O) نجد : $F_1 . l = F . L \Leftarrow F_1 = \frac{L}{l} F$

بالتالي :

$$F_P = \frac{L}{l} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 . F$$

مثال: نفرض أن $L = 60\ [cm]$ ، $l = 6\ [cm]$ ، $d_1 = 5\ [cm]$ ، $d_2 = 40\ [cm]$ يكون :

$$F_P = 640\ F$$

فعندما يضغط إنسان بقوة $F = 60\ [Kp]$ يستطيع رفع حمل وزنه $38400\ [Kp]$.

أسئلة وتمارين

أولاً: اجب بكلمة صح أو خطأ فقط على الأسئلة التالية:

١- إن الضغط الهيدروستاتيكي كإجهاد ناظمي يمثل قيمة شعاعية في نقطة محددة من سائل ساكن.

٢- في سائل ساكن متجانس يزداد الضغط خطياً مع العمق بمقدار γ لكل واحدة طول.

٣- إن قوة الضغط التي يؤثر بها سائل ساكن على سطح مستو تتناسب طرداً مع مساحته.

٤- إن قوة الضغط التي يؤثر بها سائل ساكن على قعر الوعاء الذي يحتويه تتعلق بشكله.

٥- الجسم المغمور كلياً في سائل ساكن يتعرض لقوى ضغط أفقية وشاقولية معاً.

٦- في سائل مهمل الوزن ولا تؤثر عليه إية قوى حجمية أخرى فإن الضغط يتناسب طرداً مع العمق $Z\downarrow$.

ثانياً - اجب على الأسئلة التالية:

١- برهن أن واحد ضغط جوي [1 at] يعادل تقريباً $10{,}33\ mH_2O$

٢- برهن أن كل سطح أفقي في سائل ساكن متجانس أما غير متجانس هو سطحاً للضغط الثابت $P = const$.

٣- ابحث في شروط التوازن المستقر لسائل ساكن غير متجانس ثم ارسم مخطط توزع الضغط له.

٤- تحدث عن مبدأ قياس الضغط موضحاً مفهوم الضغط الزائد والضغط الناقص.

٥- اشرح باختصار مبدأ عمل المانومترات التفاضلية البسيطة مع الرسم المناسب

٦- اشرح باختصار مبدأ عمل الفاكومتر مع الرسم المناسب.

٧- اكتب العلاقات الرئيسية لتحديد قوة الضغط على جدار مستو شاقولي في وعاء يحتوي سائل معرض للضغط الجوي، ثم برهن أن مركز الضغط يقع دائماً أخفض من مركز ثقل الجدار، وارسم بيانياً مخطط توزع الضغط على هذا الجدار.

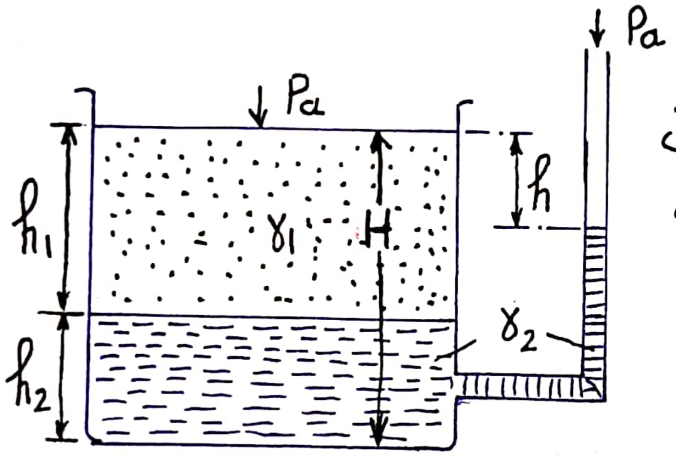
٨ - متى ينطبق مركز ثقل سطح مستوي يتعرض لتأثير ضغط سائل ساكن عليه مع مركز الضغط ولماذا ؟

٩ - عرف موشور الضغط وبرهن أن حجمه يكافئ قيمة محصلة قوى الضغط التي يؤثر بها سائل ساكن متجانس على جدار مستوٍ.

١٠ - ابحث في شروط التوازن المستقر للاجسام الطافية (المغمورة جزئياً).

١١ - ماهو قانون (مبدأ) باسكال ثم اشرح مبدأ عمل المكبس الهيدروليكي مع الرسم المناسب.

ثالثاً - حل المسائل التالية :

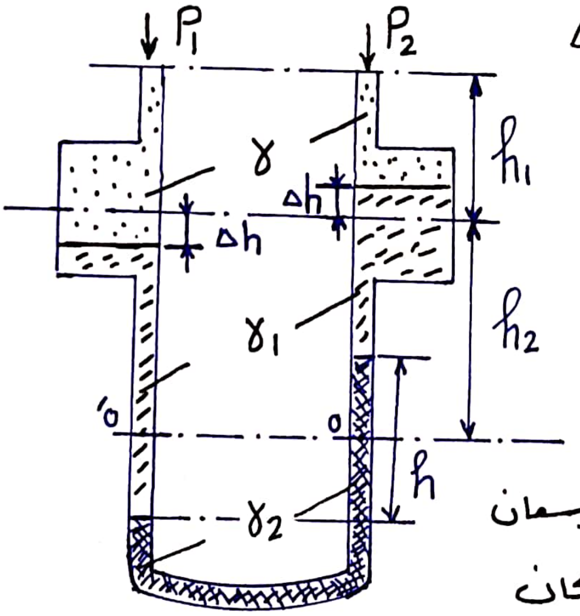


١ - المطلوب تحديد قيمة كلاً من الارتفاعين h_1 ، h_2 لوضعية التوازن المبينة في الشكل المرفق علماً بأن :

$\gamma_1 = 7 \cdot 10^3 \left[\frac{N}{m^3}\right]$ ؛ $\gamma_2 = 10^4 \left[\frac{N}{m^3}\right]$

$H = 1,5\ [m]$ ؛ $h = 0,3\ [m]$

الاجوبة : $h_1 = 1\ [m]$ ؛ $h_2 = 0,5\ [m]$

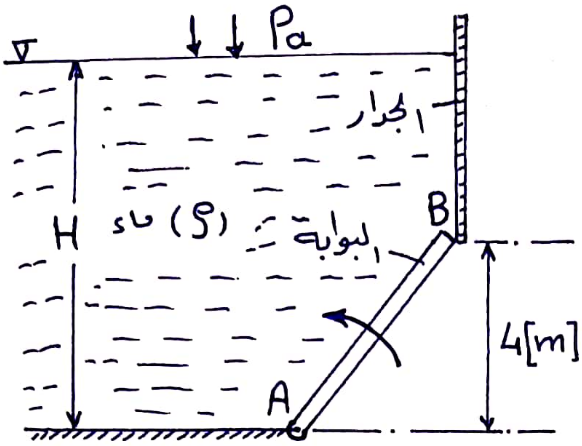


٢ - لقياس فرق الضغط الصغير $\Delta P = P_1 - P_2$ بين نقطتين من سائل وزنه النوعي γ يوصل بهاتين النقطتين المكرومانومتر التفاضلي المبين في الشكل المرفق والذي يحتوي على سائلي مقياس وزنهما النوعي γ_1 ، γ_2 والمصمم بحيث أن فرعي الأنبوب بشكل U الذي مقطعه a يتوسعان في الأعلى ليصبح مقطع كل منهما A . فإذا كان فرق ارتفاع سوية سائل المقياس الأثقل h ، فكم يكون فرق الضغط ؟

المعطيات : $\frac{a}{A} = 0,01$ ؛ $h = 10\ [cm]$ ؛ $\gamma = 1,25 \left[\frac{KP}{m^3}\right]$ ؛ $\gamma_1 = 900 \left[\frac{KP}{m^3}\right]$ ؛ $\gamma_2 = 10^3 \left[\frac{KP}{m^3}\right]$

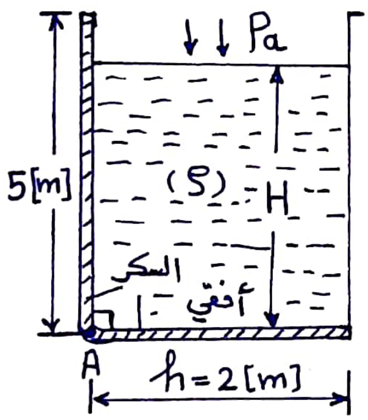
الجواب : $\Delta P \simeq 10,9 \left[\frac{KP}{m^2}\right]$

م3 - بوابة مستطيلة الشكل، طولها $a = 5\,[m]$، وعرضها العمودي على مستوي الشكل $b = 3\,[m]$، يمكنها الدوران حول المفصل (A). تغلق فتحة في خزان مملوء بالماء حتى ارتفاع $H = 6\,[m]$، وكثافته $\rho = 10^3 \left[\frac{Kg}{m^3}\right]$. باعتبار أن وزن البوابة مهمل، $g = 10 \left[\frac{m}{s^2}\right]$. المطلوب: ما هي قيمة العزم M اللازم لإبقاء البوابة مغلقة.



الجواب: $M = 125 \cdot 10^4\,[N.m]$

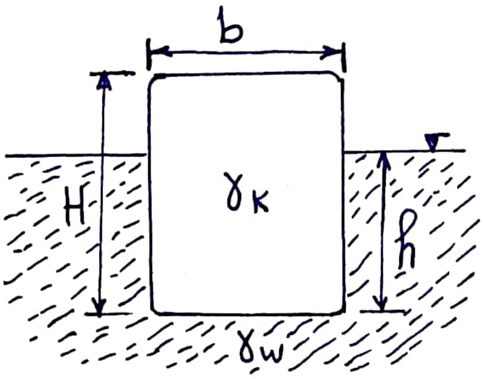
م4 - يوجد في خزان مفتوح للأعلى يحتوي ماء، سكر مؤلف من صفيحتين متعامدتين، عرض كل منهما العمودي على مستوي الشكل $b = 2\,[m]$، يمكنه الدوران حول المحور (A). المطلوب تحديد قيمة الارتفاع H حتى يبقى السكر متوازناً في وضعيته المبينة بالشكل المرفق.



المعطيات: $\gamma = 10^3 \left[\frac{KP}{m^3}\right]$ ؛ $P_a = 10^5 \left[\frac{N}{m^2}\right]$ الضغط الجوي

الجواب: $H = 2\sqrt{3} = 3{,}46\,[m]$.

م5 - متوازي مستطيلات خشبي عرضه $b = 1\,[m]$ وارتفاعه $H = 1{,}5\,[m]$ وطوله $l = 3\,[m]$ ووزنه النوعي $\gamma_K = 600 \left[\frac{KP}{m^3}\right]$، يطفو أفقياً في ماء وزنه النوعي $\gamma_w = 10^3 \left[\frac{KP}{m^3}\right]$.



المطلوب: إيجاد حجم الماء المزاح ومركز ثقله

الأجوبة: $V_w = 2{,}7\,[m^3]$

بعد مركز ثقل الماء المزاح عن القاعدة $S_v = 0{,}45\,[m]$